

# Was Euklid noch nicht kannte

Dieter Egelriede,

[www.arge-technik-naturwissenschaft.de](http://www.arge-technik-naturwissenschaft.de)

Mitglied der Thematische Arbeitsgemeinschaft Technik und Naturwissenschaft e.V.

Euklid von Alexandria (ca. 360 – ca. 290 v. Chr.) gehört zu den ganz großen Köpfen der Mathematikgeschichte. Insbesondere war und ist die nach ihm benannte Euklidische Geometrie – die uns vertraute, anschauliche Geometrie des Zwei- oder Dreidimensionalen – nach wie vor von großer Bedeutung. Die Beschäftigung mit der Euklidischen Geometrie führte im Verlauf der Jahrhunderte zu immer neuen Ergebnissen, die Euklid noch nicht kannte. An einige Beispiele dafür wird auf den Folgeseiten erinnert.

Euklid verfasste das mit Abstand einflussreichste Buch der Mathematikgeschichte, die „Elemente“. Das Werk war bis Ende des 19. Jh. der weltweit verbreitetste „Bestseller“ nach der Bibel. Darin hat Euklid große Teile des mathematischen Wissens seiner Zeit mit einer axiomatischen Struktur zusammengefasst. Die Elemente gelten mit ihrem deduktiven Aufbau als Muster einer exakten Wissenschaft. Sie sind in 13 „Bücher“ (Kapitel) gegliedert, die meistens beginnen mit Definitionen, gefolgt von unbewiesenen Postulaten und Axiomen. Propositionen (Lehrsätze mit Beweisen und Aufgaben), die vielfach zu den wichtigsten mathematischen Resultaten gehören, schließen sich an.



Silbermünze 10 €, Griechenland 2023

Die Gemeinde Euclid (Ohio) wurde 1796 von Landmessern besiedelt und nach ihrem „Schirmherrn“ Euklid benannt.



Vorausbezahlter Brief 1842 vom Postamt Euclid (O.), das zunächst von 1810 bis 1849 bestand

Schule von Athen: Euklid, in der Hand einen Zirkel haltend und umringt von Schülern.



vergrößerte Kopie

## Beispiele aus den Elementen



Ein ebener Winkel ist die Neigung zweier Linien in einer Ebene gegeneinander, die einander treffen, ohne sich einander gerade fortzusetzen.

Zwei gleichschenklighrechtwinklige „Dreiseiten“ bilden ein „Vierseit“, was sowohl gleichseitig als auch rechtwinklig ist. (Quadrat).

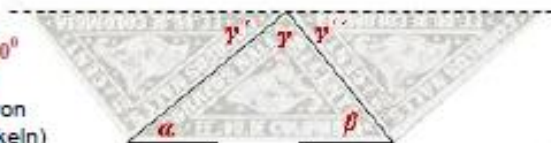


## Die Summe aller drei Winkel eines Dreiecks ist zwei Rechte

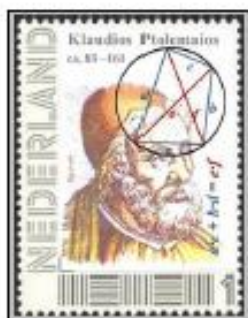


Geldbriefmarke Kolumbien 1886, Mi. 51

$$\begin{aligned} \gamma' + \gamma'' + \gamma''' &= 180^\circ \\ \gamma' &= \alpha, \gamma'' = \beta \\ &\text{(Gleichheit von Wechselwinkeln)} \\ \Rightarrow \alpha + \beta + \gamma &= 180^\circ \end{aligned}$$



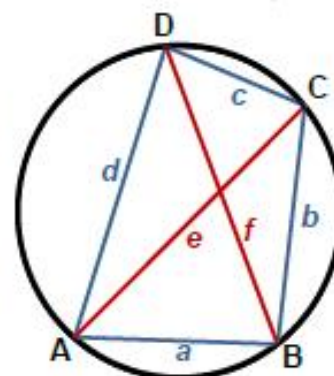
## Der Satz des Ptolemaios



Im Sehnenviereck ABCD ist das Produkt der Diagonalen  $e \cdot f$  gleich der Summe der Produkte der Gegenseiten  $a \cdot c + b \cdot d$ :

$$e \cdot f = a \cdot c + b \cdot d$$

Dieser Satz stammt von Klaudios Ptolemaios (ca.83 – ca.161), ein Geograf und Astronom ägyptischer Abstammung aus Alexandria.



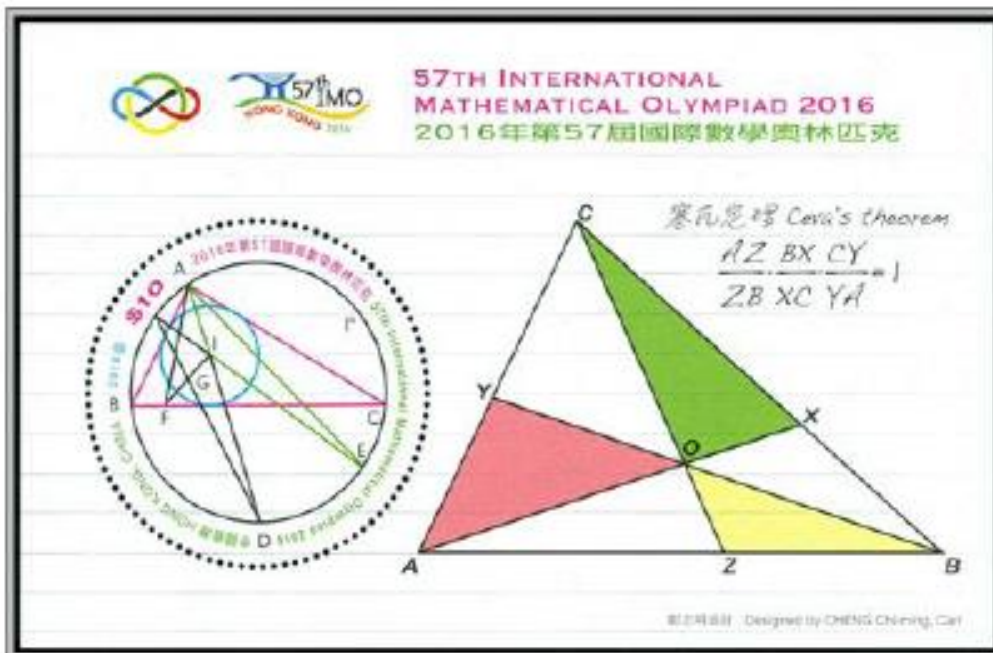
Faltbrief mit direkter Bordpostaufgabe, 1871, von Rio Grande über Rio de Janeiro (Stempel vom 12.7.1871) mit dem nach Ptolemaios benannten Dampfer „Ptolemy“ nach New York (Taxierungsstempel „N.Y. STEAMSHIP /10“)

## Der Satz von Ceva

Gehen drei Ecktransversalen AX, BY und CZ eines Dreiecks ABC durch einen Punkt O, so ist das Produkt der zugehörigen Teilverhältnisse gleich 1:

$$AZ / ZB \cdot BX / XC \cdot CY / YA = 1$$

Dieser Satz wird nach Mathematiker Giovanni Ceva (1647-1734) genannt, wurde allerdings bereits im 11. Jh. von dem Mathematiker und Emir von Zaragossa Yusuf al-Mutaman beschrieben.



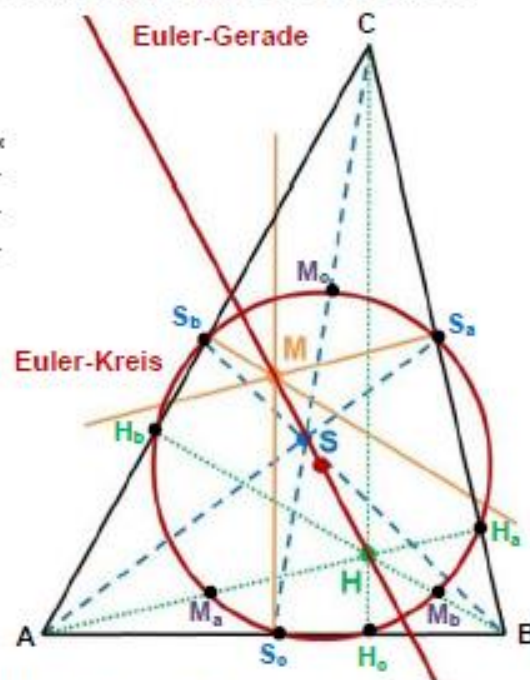
### Euler-Kreis und Euler-Gerade

Einige von Eulers einfachen Entdeckungen sind derart, dass man sich gut vorstellen kann, wie der Geist von Euklid sagt: „Warum in aller Welt, habe ich daran nicht gedacht?“ \*)

Der 9-Punkte-Kreis (Euler-Kreis oder Feuerbach-Kreis) ist ein Kreis, der für jedes Dreieck ABC konstruiert werden kann. Er wird so genannt, weil er durch neun wichtige Punkte des Dreiecks verläuft. Diese neun Punkte sind:

- die Mittelpunkte der Seiten  $S_a, S_b, S_c$
- die Fußpunkte der Höhen  $H_a, H_b, H_c$
- die Mittelpunkte der oberen Höhenabschnitte  $M_a, M_b, M_c$

Leonhard Euler (1707-1783) entdeckte, dass der Höhen-schnittpunkt  $H$ , der Schwerpunkt  $S$  und der Umkreismittelpunkt  $M$  auf einer Geraden liegen, der Euler-Geraden.



Plattenprobe, Waterlow and Sons

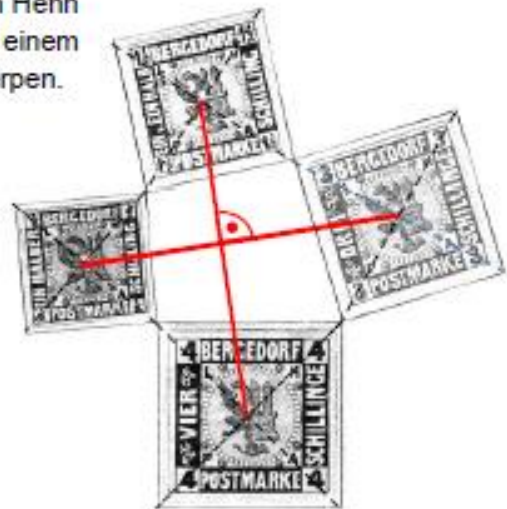
Julio Garavito Armero (1865-1920) verallgemeinerte den Euler-Kreis zu einer 24-Punkte-Kugel, die zu einem Tetraeder gehört.

\*) Coxeter, H.S.M.: Projective Geometry, Springer (1987)

## Der Satz von Aubel

Errichtet man über den Seiten eines beliebigen konvexen Vierecks ABCD je ein Quadrat, so sind die Verbindungsstrecken der Mittelpunkte gegenüberliegender Quadrate gleich lang und schneiden sich rechtwinklig.

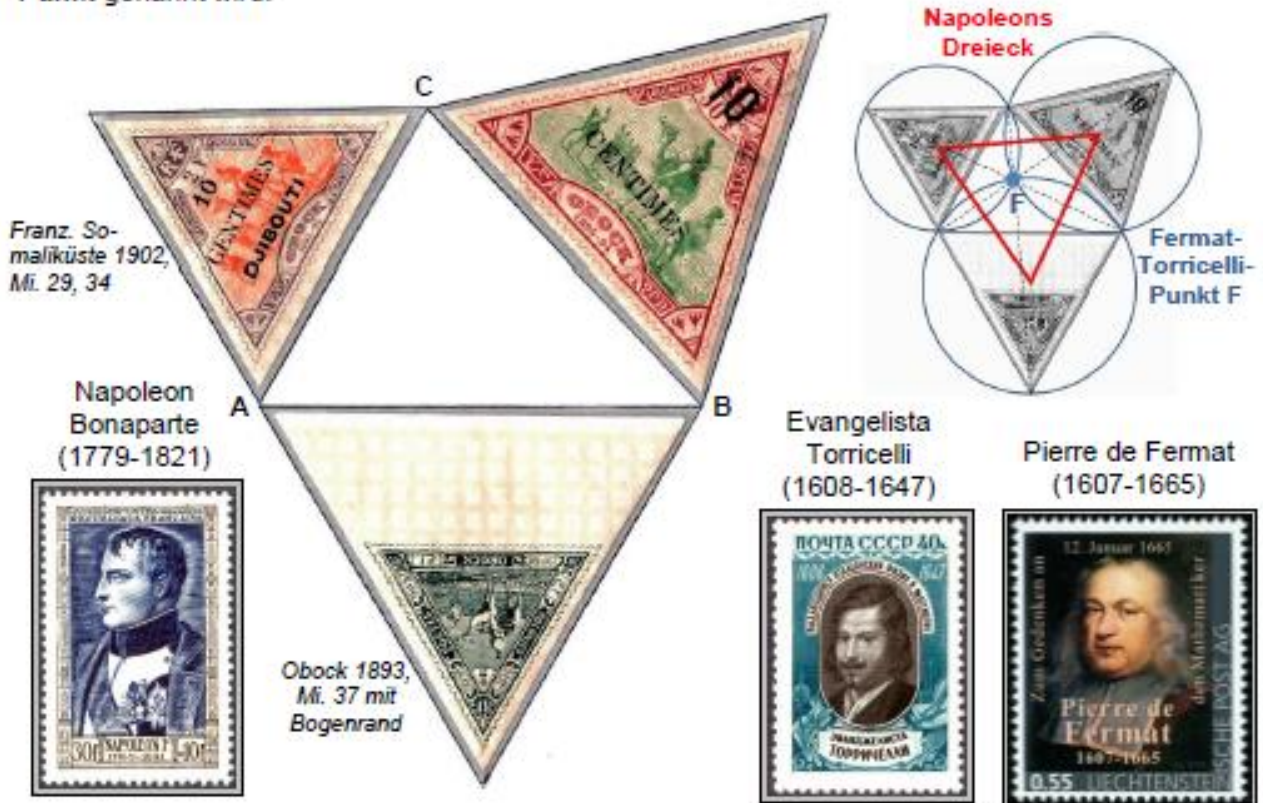
Dieser Satz ist benannt nach Henn van Aubel (1830-1906), einem Mathematiklehrer aus Antwerpen.



## Der Satz von Napoleon sowie der Fermat-Torricelli-Punkt

Errichtet man über den Seiten eines beliebigen Dreiecks ABC gleichseitige Dreiecke, so bilden die Mittelpunkte dieser aufgesetzten Dreiecke wieder ein gleichseitiges Dreieck, das nach Napoleon benannt wird. Die Zuordnung dieses Satzes zum späteren Kaiser Bonaparte von Frankreich ist historisch nicht bestätigt. Man weiß jedoch, dass Napoleon seit seinem Besuch einer militärischen Kadettenschule großes Interesse an Mathematik zeigte.

Die Umkreise der aufgesetzten Dreiecke schneiden sich in einem Punkt F, der Fermat-Torricelli-Punkt genannt wird.





Um die geeignete Farbe einer Marken zu prüfen, stellte die französische Staatsdruckerei Probedrucke in 15-20 verschiedenen Farben her, die nummeriert wurden. (2 oder 3 Probedrucke von jeder Farbe)  
 Besonderheit: Unterschiedliche Wertdrucke (25 F + 10 F bzw. 30 F + 10 F) mit der gleichen Farbe (1421 Lx)

Artikel erschien:

"Techno-Thema"

Nr. 100 / August 2023