Internationale Mathematik-Olympiade

Dieter Egelriede
Mitglied der Arbeitsgemeinschaft Technik und Naturwissenschaften

Die Internationale Mathematik-Olympiade (**IMO**) ist die Weltmeisterschaft für Schülerinnen und Schüler, die keine 20 Jahre alt sind und noch kein Studium begonnen haben. Sie werden in der Regel aus nationalen Mathematik-Wett-bewerben ausgesucht und in Trainingsseminaren gefördert. Schließlich bilden seit einigen Jahren die sechs erfolgreichsten eine nationale Mannschaft, die an der IMO teilnimmt.

Die Beteiligung an den IMOs wuchs ständig an. Nahmen an der ersten IMO 1959 in Rumänien nur 52 Schüler aus sieben Ländern teil, so waren es 2016 in Südkorea 602 Teilnehmer aus 109 Ländern.

Den Teilnehmern an der IMO werden an zwei aufeinanderfolgenden Tagen jeweils drei Aufgaben vorgelegt, die es in 4½ Stunden zu bewältigen gilt. Die Aufgaben entstammen der Geometrie und der Zahlentheorie, sowie dem Gebiet der Ungleichungen, der Kombinatorik oder der Funktionalgleichungen. Ausgeschlossen sind Aufgaben der höheren Mathematik wie etwa der Differentialrechnung.

Die erfolgreichsten Teilnehmer werden über ein Punktesystem mit Gold-, Silber- und Bronzemedaillen geehrt. Die erfolgreichsten Mannschaften stammten in den letzten Jahren aus China, Rußland, den USA und Südkorea. Deutschland befand sich meist in einem Rang zwischen 10 und 20. Jedoch stammt die bisher erfolgreichste Teilnehmerin (Lisa Sauermann) aus Deutsch-land mit viermal Gold und einmal Silber aus den Jahren 2007 bis 2011 – nur wenig hinter dem erfolgreichsten männlichen Teilnehmer Theodor von Burg aus Serbien, der noch zusätzlich eine Bronzemedaille erwarb.

Philatelistisch wurden leider nur einige IMOs gewürdigt. Die meisten Marken und Sonderstem-pel waren zudem wenig ideenreich, da sie auf keinen oder nur auf einen z.T. sehr einfachen mathematischen Hintergrund in ihrer Darstellung hinwiesen. (Siehe Artikelende)

Hingegen kann z.B. der Sonderstempel zur **16. IMO** in Berlin den mathematisch Interessierten erfreuen. Er zeigt das Emblem der *Olympiade Junger Mathematiker der DDR* mit einem angedeuteten 17-Eck, das von einem Zirkel und einem Dreieck umrahmt wird. Ein ähnlicher Sonderstempel wurde schon 1965 für die 7. IMO verwendet.

16. IMO in Erfurt 1974 mit 17-Eck

7. IMO in Berlin 1965

Seit der Antike war die Frage offen, welche regelmäßigen *n*-Ecke allein mit Zir-kel und Lineal konstruiert werden können. Bis in das 18. Jahrhundert hinein waren dieses alle *n*-Ecke, die sich aus dem Dreieck, dem Quadrat und dem regelmäßigen Fünfeck bei Winkelhalbierung und Kombination aller Möglichkeiten ergeben.

C.F. Gauß und das 17-Eck

Der 18-jährige C.F. Gauß zeigte 1796, dass auch ein regelmäßiges Siebzehneck mit Zirkel und Lineal konstru-ierbar ist. In seinem Haupt-werk *Disquisitiones*

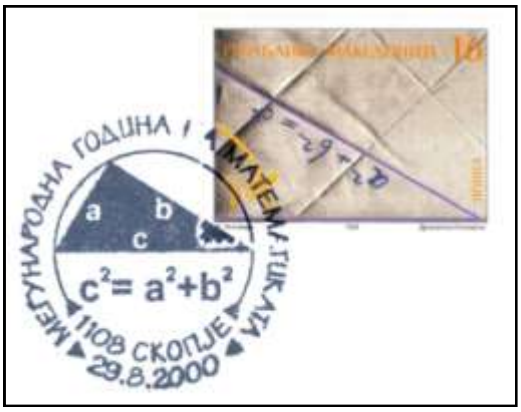
3er- sowie 5er-Teilung eines Kreises
(Schweizer Firmenlochungen)

arithme-tice befasste er sich 1801 intensiv mit der Theorie der Kreisteilung, d.h. der Teilung eines Krei-ses in n gleiche Teile, was zur abschließenden Beantwortung des Problems führte. Gauß zeigte, dass sich ein regelmäßiges n-Eck dann mit Zirkel und Lineal konstruieren lässt, wenn n folgende Gestalt hat: $n = 2^{\mu} \cdot {p_1}^{m_1} \cdot {p_2}^{m_2} \cdot \ldots \cdot {p_k}^{m_k}$.

Dabei bedeutet μ eine nicht negative ganze Zahl, die m_i sind entweder 0 oder 1 und die p_i stellen k verschiedene Primzahlen der Form $2^{2^{\nu}} + 1$ dar (sog. *Fermatsche Primzahlen*). Bei $\mu = 0$ und $k = 1$ ergeben sich für $v = 1 : n = 5$ (Fünfeck) und für $v = 2 : n = 17$ (Siebzehneck). Bei $v = 3$ und $v = 4$ erhält man die Fermatschen Primzahlen $n = 157$ bzw. $n = 65537$; also sind auch diese beiden n-Ecke mit Zirkel und Lineal konstruierbar. Für $v = 5$ dagegen ergibt $2^{2^5} + 1$ eine Zahl, die keine Primzahl ist ($2^{32} + 1 = 641 \cdot 6700417$).

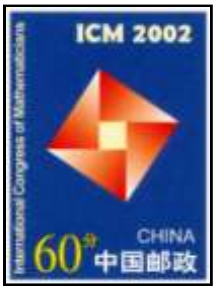
Pierre de Fermat (1607-1665), Namensgeber der Fermatschen Primzahlen

Auch der indische Sonderstempel zur **37. IMO** enthält – jedoch etwas versteckt - einen inhaltlich-mathematischen Bezug. Es ist die Beweisfigur des Pythagoras-Beweises von Bhāskara II (um 1114-1185), die die chinesische Post in ähnlicher Weise als Werteindruck einer Postkarte zum internationalen Mathematiker-Kongress ICM 2002 in Beijing verwendete.



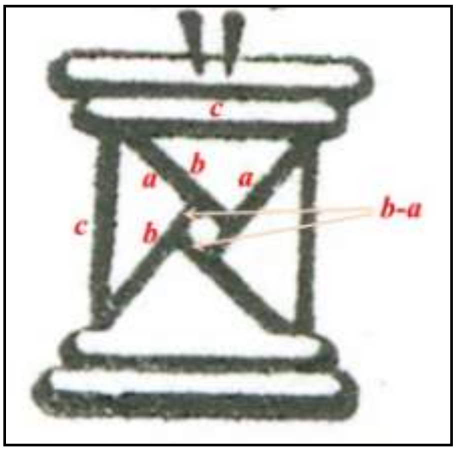
Satz des Pythagoras

37. IMO in Mumbai 1996



Intern. Mathematiker-Kongress 2002

$$c^2 = 4 \cdot \frac{b \cdot a}{2} + (b-a)^2$$
$$= 2 \cdot b \cdot a + b^2 - 2 \cdot b \cdot a + a^2$$
$$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$



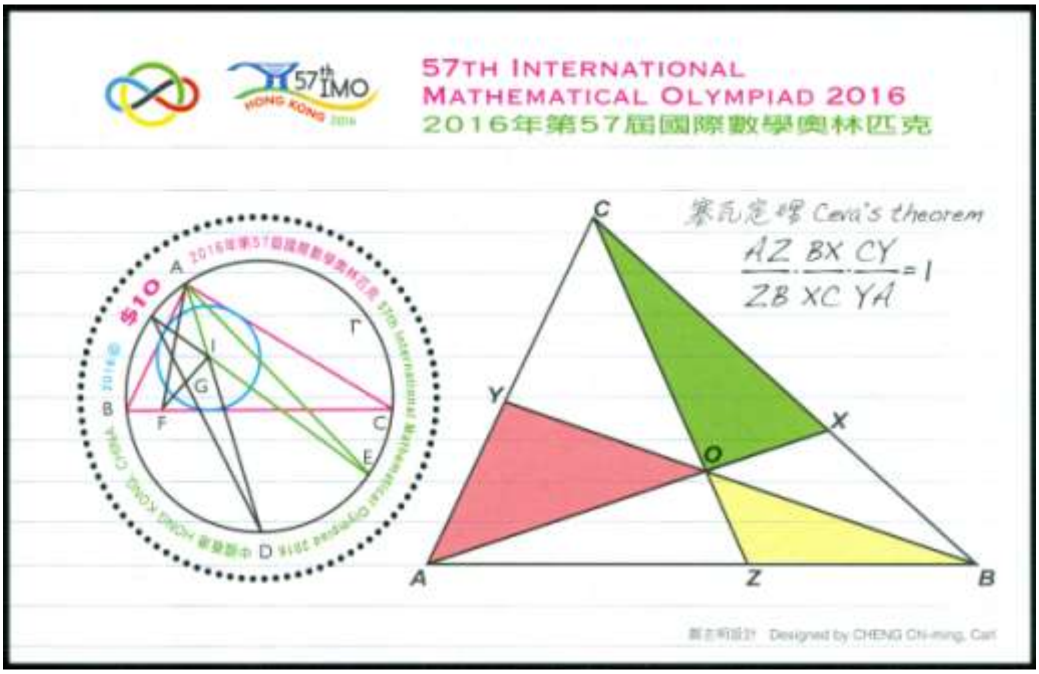
Der Tafelanschrieb enthält diesen Beweis

Zur **57. IMO** im vorigen Jahr erschien erstmalig ein Block. Dabei hatte sich die Postverwaltung von Hong Kong auch etwas Besonderes ausgedacht.

Auf dem Blockrand ist der nach dem italienischen Mathematiker Giovanni Ceva (1647-1734) benannte und von diesem 1678 bewiesene Satz dargestellt. Dieser gibt die angegebene Beziehung der von den Ecktransversalen eines Dreiecks (Verbindungsstrecken zwischen einer Ecke und einem Punkt auf der gegenüber liegenden Seite) erzeugten Teilverhältnisse auf den Dreiecksseiten an.

Die (kreisförmige) Blockmarke zeigt eine mögliche Beweisfigur zu einer der Geometrie-Aufga-ben, die bei der 51. IMO in Kasan 2010 gestellt wurde, welche von zwei Mathematikern aus Hong Kong eingereicht wurde. Den Teilnehmern der Olympiade 2010 wurde folgende Aufgabenstellung vorgelegt:

„Das Dreieck ABC *habe den Inkreismittelpunkt* I *und den Umkreis* Γ. *Die Gerade* AI *schneide* Γ *ein zweites Mal im Punkt* D. *Ferner seien* E *ein Punkt auf dem Bogen* BDC *und* F *ein Punkt auf der Seite* BC *mit* <)BAF = <)CAE < ½<)BAC. *Schließlich sei* G *der Mittelpunkt der Strecke* IF. *Man beweise, dass sich die Geraden* DG *und* EI *auf* Γ *schneiden.“*



57. IMO in Hong Kong 2016 mit einer Zeichnung zu einer Wettbewerbsaufgabe und dem Satz von Ceva

Wer sich von den geneigten Lesern an den Beweis heranwagen will, sollte hierfür genügend Zeit einräumen!

Die **58. IMO** wird vom 12.-23.Juli 2017 in Rio de Janeiro stattfinden, wo auch der nächste internationale Mathematiker-Kongress ICM für 2018 geplant ist. Beide Veranstaltungen werden u.a. von der IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada) ausgerichtet. Der Autor dieses Artikels hofft auf eine ideenreiche philatelistische Würdigung beider Veranstaltungen.

Möbiusband als Logo der IMPA

Erfolgreiche Teilnehmer der IMOs entwickelten sich nicht selten zu sehr anerkannten Spitzenmathematikern. So erhielt 1990 z.B. der Goldmedaillengewinner von 1969 Vladimir Drinfeld (*1954) in Kyoto eine Fields-Medaille. Der jüngste Goldmedaillengewinner (29. IMO Canberra), der 12-jährige Terence Tao (* 1975), wurde 2006 zusammen mit Grigori Perelman (* 1966) in Madrid mit einer Fields-Medaille geehrt. Zwei Fields-Medaillengewinner von 2014 in Seoul erhielten 1994 bzw. 1995 jeweils eine Goldmedaille der IMO: Artur Ávila (* 1979) und Maryam Mirzakhani (* 1977). Insgesamt nahmen bisher vierzehn Fields-Medaillen-Träger in ihrer Schülerzeit an der IMO teil.

Goldmedaillist V. Drinfeld:

Goldmedaillisten
G. Perelman und T. Tao

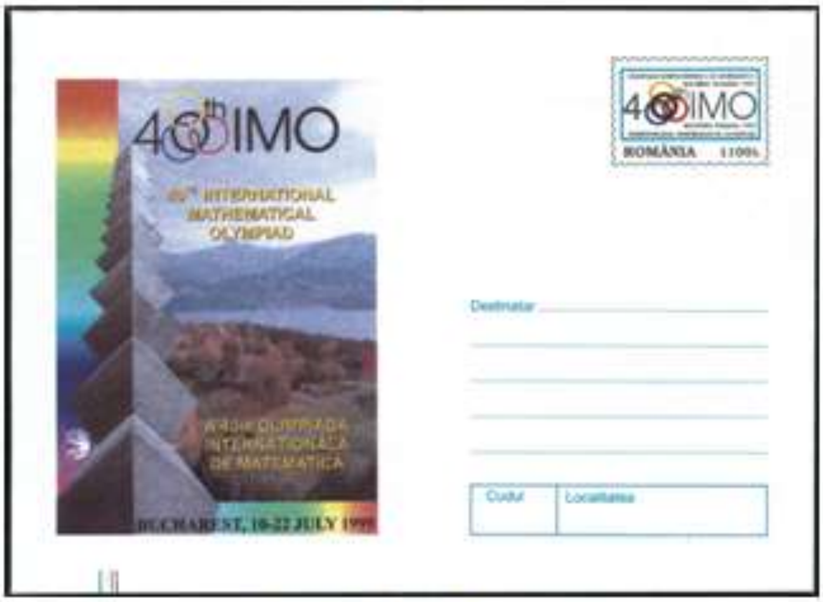
Goldmedaillisten
A. Ávila und M. Mirzakhani

18. IMO in Lienz 1976

30. IMO in Braunschweig 1989 (ca. 75%)

31. IMO in Beijing 1990 (ca. 75%)

34. IMO in Istanbul 1993



40. IMO in Bukarest 1999 (ca. 70%)

41. IMO in Seoul 2000

50. IMO in Bremen 2009